

**Válasz Lantos Béla Professzor Úr,
a műszaki tudomány (MTA) doktora által
Tar József:
„Adaptive Control of Smooth Nonlinear
Systems Based on Lucid Geometric
Interpretation” c. doktori értekezéséről
készített opponensi véleményére**

Mindenekelőtt megköszönöm Dr. Lantos Béla professzor úr rendkívül részletes bírálatát. Értekezésem mélyen elemző értékelésére az arra fordított idővel és energiával megtiszteltetés számomra. Értékelése új szempontokat és további ösztönzést is ad számomra a jövőbeni kutatásaimhoz. Mivel úgy gondolom, hogy bizonyos kérdések érdemi megválaszolása numerikus számítások bemutatását is igényli, ezek eredményeit és a válaszok fontosabb részleteit függelékben különítettem el, a könnyebb áttekinthetőség érdekében.

Válaszok a feltett kérdésekre

„1. Adja meg a 7. fejezethez kötődően a felsőbb irányítási szint komplett irányítási törvényét, felhasználván az értekezés képleteit és jelöléseit. Az irányítási törvényből legyen egyértelműen rekonstruálható Q számítása. Ennek során adja azt is meg, milyen argumentumra kell alkalmazni a (7.1.9-10)-ben definiált szimplektikus transzformációt.” E kérdésre az F2. Függelékben adok részletes választ, amely az alkalmazott SCILAB programkódot az értekezés jelöléseivel párhuzamosan részletezi a centralizált szabályozó esetében. A decentralizált megoldásra vonatkozó válasz ebből értelemszerűen következik kisebb méretű mátrixokkal, s nem igényel további terjedelmes részletezést.

„2. A különféle módszerek a 2-7. tézisekben igénylik/igényelhetik a durva, nagyon durva és a közelítő modelleket az értekezés szóhasználatával. Mennyire kell ismerni a fizikai rendszer klasszikus $H(q)\ddot{q} + h(q, \dot{q}) = Q$ modelljét, hogy ezeket meg lehessen választani alakra és numerikusan? Adhatók-e általános szabályok? Mi a szerepe ezeknek a $\ddot{q}^D \rightarrow Q$ számítások keretében?”

A kérdésre az egyes tézisek tartalmától függően lehet választ adni. A 2. Tézis fenomenológiai értelemben erősen kötődik a Klasszikus Mechanika rendszereihez, ezért minél pontosabb a rendelkezésre álló analitikus modell, és minél kisebb az ismeretlen zavaró külső hatás, annál jobb eredmények várhatók a módszertől. A 3. Tézis és azon belül a (7.1.10) egyenletben adott struktúrájú, a szabályozott rendszer speciális fenomenológiai sajátosságaitól lényegében független, különösen hatékony szimplektikus mátrixok használata esetén a helyzet érdekes módon éppen fordított. A komplett stabilitás biztosításához a lehető legprimitívebb modell-forma, egy skalár inerciamátrix és esetleg egy konstans additív tag a h tömb szerepében jó eredményeket ad. A konvergencia a skalár inerciabecsléssel az előzetes várakozások és a szimulációk szerint is jól befolyásolható. A 4. Tézis hasonló háromszögeken alapuló paramétertranszformációi érzékenyek lehetnek a modellhibákra, és a követendő pálya sajátosságaira is. A „robustus fixpont transzformáció” alkalmazásával dolgozó módszer a

leképezésben szereplő szigmoid függvény erős telítődése miatt viszont jól felismerhető „kimeneti” és „bemeneti” ablakot nyit, valamint megállapíthatóvá teszi a „hamis” fixpontba történő beragadást, mert annak értéke ismert. Számos nemlineáris rendszer (pl. összes tengelyében hajtott robot, Chua-Matsumoto áramkör és hasonló „káoszmodellek” szinkronizációja, az értekezés benyújtása után vizsgált makroszkopikus közúti modellek kvázi-stacionárius közelítése) esetén, ahol megbízható információnk van a válaszfüggvény deriváltjának előjelére, a módszer hatékonyan működik. (Az értekezés beadása után sikerült egy az értekezésben még szereplő hangolási eljárásnál sokkal egyszerűbb, fuzzy jellegű konvergencia stabilizációs hangolást találni [1].) A módszernek várhatóan nehézségei lehetnek pl. alulhajtott mechanikai rendszerek esetében, amelyekben az „inerciamátrix” helyén nem szimmetrikus, nem pozitív definit, és többnyire szinguláris mátrix is előfordulhat, s ahol sem a B paraméter előjelére, sem a várható nagyságokra előzetes információnk nincs. Az 5. Tézisre ugyanez érvényes, hiszen lényegében ugyanezen adaptív szabályozás „más keretben” történő alkalmazásáról van szó. A 6. Tézis megint konkrét modell ismeretéhez kötődik, így ebben az esetben minél pontosabb kiindulási modell használatára kell törekedni, ez a szükséges becslési „rács” felbontását is erősen érinti. A 7. tézis lényegét önállóan ez a probléma nem érinti, a törtrendű deriváltak az adaptív szabályozásban zajszűrésre használhatók, a fő korlátokat a szabályozandó rendszer egyéb tulajdonságai jelentik.

Általános szabályokat nem tudok állítani a $\ddot{\mathbf{q}}^D \rightarrow \mathbf{Q}$ számítás szerepére. Általában annyi mondható, hogyha a szabályozott rendszer viselkedése egy egyszerű PID szabályozóval elég jól kordában tartható a szükséges nominális mozgáspályák környékén, a robusztus fixpont transzformációk paraméterei szimulációval jól belőhetők. E paraméterek nemcsak a rendszer paramétereitől és annak közelítő modellje paramétereitől, hanem a *bejárandó nominális pálya jellegzetességeitől* is függnék. Például robotok vagy korlátozott élességű kanyarokkal bíró utakon korlátozott sebességgel és véges gyorsító/fékező erővel futó járművek mozgása esetén ezek a pályaadatok jól behatárolhatók.

„3. A 8. fejezetben mi a fizikai kapcsolat az $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ függvény és a $\mathbf{H}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{Q}$ rendszerosztály között? Hogyan kell meghatározni $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ -et és paramétereit?” A 8. fejezet parametrikus fixpont transzformációk használatáról szól, amelyben a szabályozó paraméterek teljesen elkülönülnek a szabályozott rendszer közelítő modelljének és pontos modelljének paramétereitől. Az $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ függvényben a kérdésre vonatkozó rendszerosztályban $\mathbf{x} := \ddot{\mathbf{q}}$ és pl. teljesen hajtott robotok esetén \mathbf{H} pozitív definit szimmetrikus mátrix a konfigurációs térben létező $H_{min} > 0$ és $H_{max} > 0$ minimális illetve maximális sajátértékekkel. Továbbá, korlátos $\|\ddot{\mathbf{q}}\|$ esetén $\|\mathbf{h}\|$ is korlátos. Ebben az esetben célszerű egy egységmátrixszal arányos konstans $\hat{\mathbf{H}} = m\mathbf{I}$ modell-inerciamátrixot és valamilyen nagyon durván becsült $\hat{\mathbf{h}}$ (részleteiben nem nagyon érdekes) additív tagot választani. Ekkor

$$\mathbf{Q} = m\mathbf{x} + \hat{\mathbf{h}} = \mathbf{H}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \Rightarrow \ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) =: \mathbf{H}^{-1}(\mathbf{q})[m\mathbf{x} + \hat{\mathbf{h}} - \mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})] \Rightarrow \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} = m\mathbf{H}^{-1}(\mathbf{q}),$$

és az egy szabadsági fokra vonatkozó (8.2.1) egyenlet-csoport utolsó tagja szerint durva becslésekbe bocsátkozhatunk a fixpont környékén egy szabadsági fokra gondolva: az 1 egészhez kell találni kis negatív járulékot, hogy $|G'| < 1$ legyen (8.2.1)-ben

$$G(x; x^d) = (x + K) \left[1 + B \tanh(A[f(x) - x^d]) \right] - K, \quad G(x_*; x^d) = x_*, \quad G(-K; x^d) = -K$$

$$G' = (x + K) \frac{ABf'(x)}{\cosh^2(A[f(x) - x^d])} + [1 + B \tanh(A[f(x) - x^d])], \quad G'(x_*; x^d) = (x_* + K)ABf'(x_*) + 1$$

A jelen kérdésre és a 4. kérdésre adandó válaszhoz az *F4. Függelékben* kidolgoztam egy egyszerű paradigmára vonatkozó, konkrét méretezési példát, amely azt szemlélteti szimulációs számításokkal is, hogy a (8.2.1) csoport utolsó egyenletében szereplő durva becslés mennyire hatékony.

„4. Hogyan kell megválasztani a 2-7. tézisek szabályozóinak fix (nem adaptív) paramétereit, figyelembe véve a pontossági elvárásokat és a beavatkozó szervek telítési jellegét?” A kérdés lényegi része valamennyi tézisre közös: a „pontossági elvárások” és „a beavatkozó szervek telítési jellege” egymással szorosan összefüggő mennyiségek, amelyeket pl. mechanikai rendszerek esetében a Klasszikus Mechanika törvényei kötnek össze egymással úgy, hogy az eredményekben nemlineárisan keverednek egymással a dinamikai modellezés hibái, a valódi dinamika adatai, a befutandó nominális pályagörbe adatai, és a szabályozásra használt visszacsatolás részletei. E komplex probléma gyakorlati felgöngyölésére általában a következő lépéseket tudom elképzelni: Feltételezzük, hogy vannak kinematikai előírásaink a $\{q_i, \dot{q}_i, \ddot{q}_i\}$ értékek megengedett limitjeire, valamint adott a befutandó pályagörbe geometriai alakja. Keresni kell az időváltozó és a befutandó pálya valamilyen geometriai paramétere közt egy olyan skálázást, amely a nominális pályára kielégíti ezeket a limiteket. Ezután feltételezzük, hogy van egy pontosnak gondolt dinamikai modellünk és van a kívánt pályakövetésre vonatkozó valamilyen kinematikai jellegű hibalecsengést előíró paraméter készletünk. Ekkor szimulációval kiszámíthatjuk, hogy az adott nominális pálya milyen beavatkozó erőket/nyomatékokat kívánna az egzakt dinamikai modell esetén. (Ha a nominális pálya és a megvalósuló pálya is ugyanazon pontból indul zérus kezdősebességekkel, akkor jelentős tranziensek nem várhatók, azaz pl. a PID jellegű kinematikai korrekciók járuléka az eredményben lényegtelen, mert az egzakt modell használata esetén nincs szükség jelentős hibakorrekciókra.) Ezután olyan mértékben növeljük meg a dinamikai viselkedést érintő inerciákat illetve a modell egyéb adatait (pl. rugóállandókat, viszkózus csillapításokat), amelyről úgy gondoljuk, hogy biztonsággal nagyobbak, mint a rendelkezésre álló modell hibáiból adódó maximumok, majd ezzel a modellel megismételjük a fenti szimulációt. Az így megjelenő erőkről/nyomatékokról, amelyekben a PID korrekciók már jelentős járulékot adnak a modellhibák miatt, megállapíthatjuk, hogy kilépnek-e a $\{Q_i\}$ értékekre előírt lehetséges tartományból. Ha igen, módosítani kell a pályaparaméter-idő skálázást egészen addig, míg a nyomatékok/erők is az előírt határokon belül maradnak. Ezután megpróbálkozhatunk e „túlbecsült” dinamikai modellből kiinduló adaptív szabályozással, amelytől azt várjuk, hogy kevésbé durva PID korrekciókat kíván, mint a nem adaptív szabályozás, és így eredménye a dinamikai korlátokon belül marad. A fenti lépéseket egy konkrét méretezési példával igyekeztem illusztrálni az *F4. Függelékben*.

„Mi az a rendszerosztály, amelyen szabadon lehet kísérletezni ezek meghatározásához?” A Klasszikus Mechanikai rendszerek osztályán belül általában a teljesen hajtott, nem szinguláris, sőt jól kondicionált inerciamátrixú rendszerek esetében bizonyosan szabadon lehet kísérletezni egyre gyorsabban befutandó mozgáspályákkal. (Alulhajtott rendszerek esetén ez a feltétel általában nem teljesül, de kinematikai megfontolásokból viszonylag könnyű meghatározni az állapottér azon szegmenseit, amelyekre korlátozódva a kísérletezés még biztonságos lehet.) Egyéb dinamikai folyamatok mint pl. a cukor–inzulin háztartás összetett modelljei (ezekre előzetes eredmények vannak, amelyeket még nem nyújtottunk be publikálásra), vagy a közúti közlekedés modelljei esetében (ezekre elbírálás alatt álló benyújtott közleményeink vannak), amelyeknél valódi magasabb rendű dinamikai szabályozás helyett ugyanezt a szabályozási módszert vizsgáltuk kvázistacionárius állapotokra szorítkozva, általában a stacionárius állapotok stabilitása szükséges. Hasonlóan elképzelhető termodinamikai rendszerek kvázistacionárius szabályozása ugyanilyen módszerrel, felhasználva a termikus egyensúly stabilitását. Másik érdekes terület még, melyet

az értekezés beadása után vizsgáltunk, különböző nemlineáris, káoszt produkáló rendszerek (Duffing oszcillátorok, Chua–Matsumoto áramkör, Fitz–Hugh–Nagumo neuron modell) mozgásának szimulációja. Ezek a rendszerek nem küzdenek a Klasszikus Mechanika inerciamátrixának esetleges rossz kondicionáltságával, ezért kiváló paradigmaként szolgálnak az újabb szabályozástechnikai módszerek bemutatásához, népszerűsítéséhez.

„Biztos-e, hogy a kísérletezések során legalább lokálisan stabil marad a rendszer?” Az értekezésben használt módszerek esetében általában a lokális stabilitás sem garantálható automatikusan, még a kiegészítő hangolások alkalmazása esetén sem. Minden egyes konkrét probléma esetén valamilyen kiindulási modellen elvégzett becslésekre kell szorítkoznunk. Bár ez nagy általánosságban tekintve lényeges hátrány a Lyapunov direkt módszerét használó, gyakorta még aszimptotikus stabilitást is garantáló módszerekkel szemben, egyes konkrét rendszerek esetén a módszer egyszerűsége előnyös lehet több okból. A gyakorlati esetekben a „globális stabilitás” túl tág lehetőséget ígér, amit nem tudunk hatékonyan kiaknázni: a modellhibák végesek, a befutandó trajektóriák korlátozott sebességeket és gyorsulásokat igényelnek, a technológiai folyamatok kontakt erői robotos megmunkálás esetében általában végesek, a visszacsatolások PID paraméterei végesek, tehát a gyakorlatban nincs okvetlenül szükség „végtelen vonzási medencékre”. A Lyapunov direkt módszerével megtervezett MRAC szabályozók ugyan garantálhatnak globális stabilitást, a hajtások telítődésével, a csuklóértékek és idő szerinti deriváltjaik korlátaival kapcsolatos gyakorlati kérdések esetükben ugyancsak szimulációs vizsgálatokat igényelnek, és nyitva hagyják a nagyszámú adaptív paraméter optimalizálásának kérdését. Az optimalizálás egy adott nominális pályagörbére számos szimuláció lefuttatását igényelheti pl. valamilyen genetikai algoritmus segítségével. Ezekhez a számításokhoz képest az *F4. függelékben* illusztrált, mindössze néhány futtatást igénylő próbálkozás igen primitív megoldásnak tűnik, s noha e vizsgálatok keretében az „optimalizált” megoldás fogalma nincs matematikailag formalizálva valamilyen költségfüggvénnyel, a kinematikailag előírt PID pályakövetés jó megközelítése gyakorlati szempontból tekinthető akár „optimálisnak” is.

„Mi mondható a szabadságfokok számának növekedésekor?” A javasolt módszerek egyike sem tűnik rosszul skálázhatónak, a szabadsági fokok növekedése nem tűnik durva korlátnak. A javasolt speciális Lie csoportokból vett minták egy „ n ” szabadsági fokú rendszerre durván maximum $2(n+2) \times 2(n+2)$ méretű mátrixokat igényelnek, ez a méretnövekedés a hagyományos Soft Computing exponenciális növekedéséhez képest csekély. Az RFPT alapú megoldások, amelyek a válaszhibát egy adott vektor irányába képezik le, még ennél is kevésbé érzékenyek, s az adaptív paraméterek számában nem kívánnak semmiféle növekedést.

„5. Az utóbbi években a modellalapú irányítások területén is születtek újabb eredmények (Stribeck-súrlódás kísérleti meghatározása; adaptív terhelésbecslés stabilitás garanciával, stabil irányítás kotyogás jelenlétében stb.). Ha mérlegre teszi az utóbbi években keletkezett újabb eredményeket a modellalapú adaptív irányítások területén és a 2-7. tézisekben bemutatott módszereket, akkor miben látja a saját módszerei korlátait/előnyeit napjainkban?” A modell-alapú adaptív irányítások terén a legnagyobb problémának a súrlódási jelenségek modellezését látom, a jelenség fizikailag nagyon összetett volta miatt. A fizikai jelenségeket követő modellek mérésekkel történő ellenőrzése nagyon nehéz kísérleti technikát igényel. Például [2]–ben a kenőanyag elasztó-hidrodinamikai tulajdonságait optikailag vizsgálták acél-zafír kontaktus esetében (legalább az egyik súrlódó anyagnak átlátszónak kellett lennie). Hasonló jelenségek játszódhatnak le nedves úton csúszó autógumi esetében, ilyenkor azonban az útviszonyoktól függő súrlódás előrejelezhetetlen, modell-paraméterei nagymértékben és gyorsan változhatnak. Sikeres modell-azonosításról és az eredmény szabályozóban való felhasználásáról tudok egy szabadsági fok esetén a Stribeck súrlódásra [3]–ból, elsősorban robottechnikai vonatkozásokat tekintve. Amennyire ismerem, a

kotyogások és súrlódások tipikusan okozhatnak határciklust a szabályozásban [4]. A súrlódások modell-alapú kezelésének robottechnikai alkalmazásaiban jelentős problémát látok több szabadsági fok estében. Itt nem csupán arról van szó, hogy több tengely több súrlódási modell paramétereinek identifikációját és használatát igényelné, hanem arról is, hogy a dinamikai csatolások komplexitását a súrlódások nagymértékben növelik. A legtöbb robotmodellt alkalmazó szabályozás az Euler-Lagrange egyenletekből indul ki, s az ezekben előforduló általános erő tagokat súrlódási járulékokkal egészíti ki. Az Euler-Lagrange egyenletekből eleve ki vannak ejtve a rendszerben ébredő belső kényszererők és forgatónyomatékok azon komponensei, amelyek nem adnak járulékot a tengelyek menti eltolások illetve tengelyek körüli elforgatások irányában. Bár maguknak a kontakterők súrlódás hiányában nem lenne komponense (forgatónyomatéka) a csúszka (forgástengely) irányában, a belőlük származó súrlódási erőnek általában lehet. Emiatt a súrlódási erők modell-alapú becsléséhez ki kellene lépni az Euler-Lagrange egyenletek viszonylag egyszerű dinamikai modell-keretéből és az egyes karszegmensek teljes gyorsulásait és azok teljes erő- illetve nyomatékszükségletét is modellezni kellene.

Saját módszerem előnyeit illetve hátrányait a modell-alapú megoldásokhoz képest a következőképp látom. Modell alapú megoldás prediktív szabályozóval mindenképp előnyösebb, ha a rendelkezésre álló modell matematikailag áttekinthető komplexitású számításokat igényel, a modell viszonylag pontos, és nincsenek számottevő külső zavarok; ekkor általában Lyapunov direkt módszerével globálisan és aszimptotikusan stabil megoldások találhatók valamilyen paraméterhangolással, ami általában nem optimális, s amelynél a pontossági és telítési feltételek további szimulációs vizsgálatokat igényelhetnek.

Saját módszerem mindenképpen előnyösebb, midőn nem áll rendelkezésre fizikailag precíz analitikus forma (pl. a közlekedési hálózatok időben folytonos, térben diszkrét modelljei különböző –forward, backward, central– differenciákkal közelíthető gradienseket tartalmazhatnak), vagy a modell átláthatatlan és valós időben kezelhetetlen komplexitású (pl. nem teli tartályban áramló folyadékot tartalmaz), vagy a modell-paraméterek időben durván és jóslhatatlanul változhatnak (pl. úttest-gumiabroncs súrlódás váltakozó száraz, nedves, havas, jeges útfelület darabok esetében); ilyenkor a módszer egyszerűsége kárpótolhat a globális stabilitás hiányaért.

Válasz a tézisek értékelésére

A feltett kérdésekre igyekeztem részletekre kitérő válaszokat, és ahol arra mód volt, kiegészítéseket is adni. A tézisek értékelésével kapcsolatban további részletes mondanivalóm nem maradt. ***Bírálom valamennyi megjegyzésével és értékelésével egyetértek.***

Végezetül ismételten szeretném megköszönni dr. Lantos Béla professzor úr, a műszaki tudomány (MTA) doktora kritikai megjegyzéseit, további szakmai munkámat segítő számos észrevételét, az értekezés elbírálására fordított idejét és energiáját, s ezúton kérem válaszaim mérlegelésére.

Budapest, 2012-01-12.

Tar József
a műszaki tudomány kandidátusa

Függelék egyes válaszok részleteinek bemutatásához

F1. Függelék: válaszok az általános észrevételekre

„Hiányolható, hogy nincs kihangsúlyozva hogy Slotine-Li módszere a kiszámított nyomatékok, PID szabályozás és csúszó szabályozás ötleteinek fúziója. Különösen hiányolható, hogy a tárgyalás figyelmen kívül hagyja Slotine-Li eredeti választását, amely az integrátort az ú.n. referencia jelbe teszi (tehát Slotine-Li módszerében van integrátor a szabályozási törvényben).” Teljes mértékben egyetértek Bírálómmal: az eredeti módszer tárgyalásában ezek a szempontok fontos vezérelvek, amelyek annak megértését és világos kifejtését segítették volna. Ezek közül mindössze a csúszó mód szabályozás hibametrikájának megjelenésére tettem megjegyzést, mivel a szabályozót bizonyos formális matematikai részleteinek szempontjából vizsgáltam, méghozzá a referenciajel megjelenését követő fázisban. Emiatt mulasztottam el a „nominális pálya” és a „referencia jel” fogalmainak éles megkülönböztetését.

„Hibás az a megállapítás, hogy a zavarás csak lineáris függvénye S -nek. Ez ugyanis figyelmen kívül hagyja, hogy a „disturbance” $S^T \tilde{Y}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{v}}) \tilde{\mathbf{p}}$ a (4.5.20) egyenlet szerint (csak ott kimaradtak $\tilde{Y}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{v}})$ argumentumai), továbbá $S := \dot{\mathbf{e}} + 2\Lambda \mathbf{e} + \Lambda^2 \xi$ (4.5.12) szerint és pl. $\ddot{\mathbf{v}} := \ddot{\mathbf{q}}^N + 2\Lambda \mathbf{e} + \Lambda^2 \xi$ (4.5.12) szerint. Ezért a stabilitás nincs bizonyítva.” **Újra megvizsgálva az egyenleteket gyet kell értenem Bírálómmal, és ennek alapján elfogadom, hogy a tézis érdemi része nem bizonyított, főképp \tilde{Y} argumentumai miatt.**

„A további rész a Hamilton-modellen és a Legendre-transzformáción alapuló megközelítéssel foglalkozik. Jó lett volna ezt jobban megalapozni a függelékben vagy egy bevezető részben, megmutatva hogy miért igaz $H = P + K$ $\dot{\mathbf{p}} = -\frac{\partial H}{\partial \mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}} = \frac{\partial H}{\partial \mathbf{p}}$, ami felhasználásra kerül (6.2.1)-ben, valamint folyományában (6.2.2)-ben nemlineáris $\mathbf{x}'(\mathbf{x})$ transzformáció esetén, amelynek Jacobi-mátrixa $\det \mathbf{T}=1$ tulajdonságú.” Az értekezés egy előzetes változatában e megalapozást beírtam a függelékbe, majd később a terjedelmi korlátok túllépésétől visszariadva ezt a részt töröltem.

“A (6.2.3) jobb oldalán hibás a vessző.” A képletben egyszerű szövegszerkesztési hibáról van szó, ami a szimulációs programokat nem érinti.

A 7. fejezetben írtakhoz tartozó szimulációs eredményekre vonatkozik Bírálóm megjegyzése, mely szerint “Nem világos az ábrák között, mit kell érteni “Phase Space of Unmod. DOF” alatt”. A példa két egyforma RRT csuklóképletű A és B robotot tartalmaz, melyek alulaktuáltak, azaz a Q_2 nyomaték komponens mindkettőben zérus, ez a nyomaték “nincs szabályozva”. Ezeken az ábrákon a \dot{q}_2 vs. q_2 görbéket ábrázoltam. E a szabadsági fokok nemcsak szabályozva nem voltak, hanem a szabályozó a durva modellben a létezésükről sem tudott, ezért azok *modelleztelenek* is voltak. E modelleztelenségre utalt a megfelelő ábrák kiemelt felirata. Most észlelem, hogy az A.5 függelékben hibásan szerkesztettem a $\mathbf{Q} = 10\ddot{\mathbf{q}} + 10[1,1,1]^T$ képletet: helyesen csak két komponensű elemeket tartalmaz a szabályozó által modellezett két szabadsági fokra a $\mathbf{Q} = [Q_1, Q_3]^T = 10[\ddot{q}_1, \ddot{q}_3]^T + 10[1,1]^T$ formában. E szerkesztési hiba követhetlenné tette a szimulációs eredmények ismertetését.

„Nem világos az sem teljesen, mi volt az előírt pálya q_1 és q_3 számára.” A közölt szimulációs eredményekben a követendő nominális pályák $qNA_1 = R_1 \sin(\omega t) \tanh(\omega t)$, $qNA_3 = R_3 \sin(\omega t) \tanh(\omega t)$, $qNB_1 = R_1 \sin(\omega t) \tanh(\omega t)$, $qNB_3 = R_3 \sin(\omega t) \tanh(\omega t) + C$ típusú függvényekkel lettek képezve, melyek paraméterei változtathatók voltak. Mivel az adaptív

szabályozás esetén a „megvalósuló” (pontosabban szimulált) pálya nagyon közel állt a nominális pályához, a nominális és megvalósult pályák grafikonjai helyett inkább a pályakövetési hibákat ábrázoltam. A „szabályos” görbék felelnek meg a nominális pályáknak.

„A módszert a jelölt az A.6.1 függelékben a lejtőn guruló golyó szabályozása példáján mutatja be szimuláció keretében, amelynél a rotációs csukló tengelye LuGre-típusú dinamikus surlódással rendelkezik. A golyó x aktuális pozíciójának ki kell elégítenie az (A.6.12) negyedrendű hibamodellt, ami igényli az $x, \dot{x}, \ddot{x}, \dddot{x}$ érzékelését, ami műszakilag nehezen elképzelhető, mert tipikusan csak x mérhető képfeldolgozásra alapozva mintavételeken, és ennek zajos természete miatt a magasabb rendű deriváltak meghatározása kétséges.” Bírálóm észrevételét el kell fogadnom: a módszer vizsgálatánál csak matematikai részletekre koncentráltam, s nem fordítottam figyelmet a gyakorlatban numerikusan becsülhető magasabb deriváltak zajtartalmára. Az értekezésben tárgyalt adaptív módszer nem törekszik egy precíz modell teljes és jó közelítésének előállítására, ezért ennek hiányában nem támogatható a műszaki gyakorlatban egyébként elterjedt, modell alapú zajszűrési szűrési módszerekkel, pl. Kálmán szűrőkkel. Az értekezésben bevezetett egyéb „modell-független” zajszűrési technikáktól valószínűleg nem várható el, hogy magasabb rendű deriváltak esetén „versenyképesek” legyenek a nagyon hatékony, modell-alapú technikákkal.

Csak feltételezni lehet, hogy a szabályozó mintavételi ideje itt is 1 ms, mint más példánál.” Igen, itt is 1 ms a szabályozó mintavételi ideje, illetve volna ezt pontosan megadnom az értekezésben. „Mindazonáltal kétséges, hogy ezt az érzékelés (képfeldolgozás) is tudja tartani.” Ezt a gyakorlati szempontból nagyon lényeges észrevételt is maradéktalanul el kell fogadnom.

„Érdekes lett volna megvizsgálni, milyen a hiba alakulása konstans célhelyzet esetén.” A szimulációs programot eleve úgy építettem fel, hogy az ezeket a vizsgálatokat is lehetővé tegye. Terjedelmi okokból ilyen pályákra vonatkozó eredményeket az értekezésbe nem tettem be. A válaszadás lehetőségével élve az F3. Függelékben mutatok be ilyen eredményeket.

F2. Függelék

Részletek az „Sem itt, sem pedig a főrészben nincs megadva, hogyan vesz részt a szimplektikus transzformáció és a közelítő durva modell az irányítási törvényben (amelynek kimenetei Q aktuált komponensei).” észrevételhez kötődő válaszokra:

Az A.5. Simulation Results for Section “7.3. Simulation Example for Potential Application of the Special Symplectic Matrices” függelék ábrái a következőképp készültek:

Centralizált megoldás:

Ekkor az értekezés (7.1.9) egyenlete szerinti séma

$$S = \left[\begin{array}{c|ccc} \mathbf{0} & \frac{-1}{s} \mathbf{m}^{(1)} & \frac{-1}{s} \mathbf{m}^{(2)} & -\mathbf{e}^{(3)} \dots - \mathbf{e}^{(5)} \\ \hline \mathbf{m}^{(1)} & \mathbf{m}^{(2)} & \mathbf{e}^{(3)} \dots \mathbf{e}^{(5)} & \mathbf{0} \end{array} \right] \quad (7.1.9)$$

kissé nagyobb méretben a következőképp volt feltöltve:

$$S = \left[\begin{array}{c|ccc} \mathbf{0} & \frac{-1}{s} \mathbf{m}^{(1)} & \frac{-1}{s} \mathbf{m}^{(2)} & -\mathbf{e}^{(3)} \dots - \mathbf{e}^{(6)} \\ \hline \mathbf{m}^{(1)} & \mathbf{m}^{(2)} & \mathbf{e}^{(3)} \dots \mathbf{e}^{(6)} & \mathbf{0} \end{array} \right]$$

$$\mathbf{M} = [\mathbf{m}^{(1)}, \mathbf{m}^{(2)}, \mathbf{m}^{(3)}, \mathbf{m}^{(4)}, \mathbf{m}^{(5)}, \mathbf{m}^{(6)}] = \begin{bmatrix} \ddot{q}_1^A & -\ddot{q}_1^A & e_1^{(3)} & e_1^{(4)} & e_1^{(5)} & e_1^{(6)} \\ \ddot{q}_3^A & -\ddot{q}_3^A & e_2^{(3)} & e_2^{(4)} & e_2^{(5)} & e_2^{(6)} \\ \ddot{q}_1^B & -\ddot{q}_1^B & e_3^{(3)} & e_3^{(4)} & e_3^{(5)} & e_3^{(6)} \\ \ddot{q}_3^B & -\ddot{q}_3^B & e_4^{(3)} & e_4^{(4)} & e_4^{(5)} & e_4^{(6)} \\ d & -d & e_5^{(3)} & e_5^{(4)} & e_5^{(5)} & e_5^{(6)} \\ D & \frac{\ddot{\mathbf{q}}^2 + d^2}{D} & e_6^{(3)} & e_6^{(4)} & e_6^{(5)} & e_6^{(6)} \end{bmatrix}$$

azaz a szimplektikus mátrixok 12×12 méretűek voltak. Az ide tartozó programkód részlet (utólagos magyarázatokkal) az alábbi:

```
//++
BE=zeros(12,1);
BE(7:10,1)=F_qDpp/suly;
BE(11,1)=dummy;
DD_BE=sqrt(F_qDpp'*F_qDpp/suly^2+dummy^2);
s_be=2*DD_BE^2;
BE(12,1)=DD_BE;
BE(7:11,2)=-BE(7:11,1);
BE(12,2)=DD_BE;
UNIT2=eye(6,6);
[ort1,fifi]=rotshrm(BE(7:12,1),UNIT2(:,1));
[ort2,fifi]=rotshrm(BE(7:12,2),ort1(:,2));
ort3=ort2*ort1;
BEm=zeros(12,12);
BEm(7:12,1)=BE(7:12,1);
BEm(7:12,2)=BE(7:12,2);
BEm(7:12,3:6)=ort3(1:6,3:6);
BEm(1:6,7:8)=-BEm(7:12,1:2)/s_be;
BEm(1:6,9:12)=-BEm(7:12,3:6);
BEE=Sprev*BEm;
qDppCsill=suly*BEE(7:10,1);
qDppCsillA=suly*BEE(7:8,1);
qDppCsillB=suly*BEE(9:10,1);
//++ The adaptive loop of rough resolution
BEmA=BEm; // Store it for later use
QAlk=M_m*qDppCsill+G_m;
QA(1,t)=QAlk(1,1);
QA(2,t)=0; // The free unmodeled DOF
QA(3,t)=QAlk(2,1);
QB(1,t)=QAlk(3,1);
QB(2,t)=0; // The free unmodeled DOF
QB(3,t)=QAlk(4,1);
```

A kód a kezdetben kinullázott BE nevű tömbbe tölti be azt az információt, amely **S** első oszlopa lesz. Az 1.-6. sorig benne maradnak a zérusok, a 7., 8., 9., és 10. sorokba kerülnek be rendre a fizikailag interpretált \ddot{q}_1^A , \ddot{q}_3^A , \ddot{q}_1^B , \ddot{q}_3^B elemek, a 11. sorba a „ d ”, a 12. sorba pedig a már ezekkel kapcsolatban álló „ D ” paraméter értéke a (7.1.11) $D^2 \equiv \ddot{\mathbf{q}}^T \ddot{\mathbf{q}} + d^2$, $s = 2D^2$ egyenlettel összhangban, majd a 2. oszlop feltöltése következik. Az egységvektorok két forgatással állnak elő az UNIT2=eye(6,6) egységmátrix ortogonális oszlopaiból: az [ort1,fifi]=rotshrm(BE(7:12,1),UNIT2(:,1)) függvény előállítja azt a 6×6-os forgásmátrixot, amely az egységmátrix első oszlopát a BE(7:12,1) vektorba forgatja (a függvény 2. kimenetét most nem használjuk fel), így ort1 2.-6. oszlopa az 1. oszlop

ortogonális alterében van, akárcsak a $BE(7:12,2)$ vektor. Az $[ort2, fifi]=rotshrm(BE(7:12,2), ort1(:,2))$ forgatás ezen az alteren belül az $ort1$ mátrix oszlopait forgatja mereven úgy, hogy a 2. oszlop a $BE(7:12,2)$ vektorral lesz párhuzamos. A két egymás utáni forgatás eredménye az $ort3=ort2*ort1*UNIT2=ort2*ort1$ ortogonális mátrix. A szükséges szimplektikus mátrix a BEm mátrixban áll elő, melynek elemeit a BE illetve az $ort3$ mátrixokból veszi a program úgy, hogy az első két, egymásra ortogonálissá tett oszlopba kerül a fizikailag interpretált rész és a két további kiegészítő elem, míg az ezekre ortogonális oszlopok a megfelelően előkészített $ort3$ mátrix oszlopaiból vétetnek S bal alsó blokkjában. A (7.1.9) képlet $s=s_{be}$ változójának használatával először S jobb felső blokkjában a 7. és 8. oszlop töltődik fel, ezt követi a 9.-12. oszlopok feltöltése, a többi mátrixelemben marad a BEm mátrix inicializálásakor beállított zérus. A korábbról meglévő szimplektikus transzformációval végzett deformációt a $BEE=S_{prev}*BEm$ utasítás végzi (eredményét a BEE mátrixba téve), ennek első oszlopából vesszük ki a két, fizikailag interpretált tömböt az „A” részrendszerre az $qDppCsillA=suly*BEE(7:8,1)$ utasítással, a „B” részrendszerre a $qDppCsillB=suly*BEE(9:10,1)$ utasítással (a névben a csillagra mint deformált értékre utal a „Csill” töredék), az egészre együtt a $qDppCsill$ változóba a centralizált megoldásnál. (A „suly” itt a grafikonokon megadott súlyfaktorokat jelenti, amelyek kiegészítő jellegűek, és nem képezik részét magának az eredeti identifikációs módszernek, amelyben azok azonosan 1-nek vehetők.) A centralizált megoldásban $M_m=10*eye(4,4)$, $G_m=[10,10,10,10]'$. A kifejtendő nyomaték a $QA_k=M_m*qDppCsill+G_m$ parancsban van kiszámítva a durva modellből. A kiemelt kódrészlet utolsó sorai a QA_k tömb elemeit osztják szét a két részrendszer általános erőt kifejező tömbjének (QA és QB) rendre első és harmadik sorába, míg a második sorban maradnak a nem meghajtott tengelyekhez tartozó zérus általános erő komponensek. A megvalósuló csuklókoordináta idő szerinti második deriváltak ezen kifejtett erő/nyomaték komponensekből vannak szimulálva a pontos modell felhasználásával. (A rendszer mozgását Euler integráció alapján számítjuk a következő ciklusra, ezt már nem tartalmazza a kiemelt kódrészlet.) Ezt követően az adaptív identifikációhoz hasonló rendszerben van feltöltve a megvalósuló második deriváltak szimplektikus mátrixa egy KIm nevű tömbben. Az adott ciklusban megfigyelt szükséges szimplektikus identifikációt a tényleges mátrixinvertálást nem tartalmazó $S_{now}=BEm*GOTI'*KIm'*GOTI$ szorzások számítja a szimplektikus mátrixok definíciója szerint: $S S^T = \mathfrak{I}$, $S(S S^T \mathfrak{I}) = \mathfrak{I} S^T = \mathfrak{I}$, $S^{-1} = \mathfrak{I} S^T \mathfrak{I} = \mathfrak{I}^T S^T \mathfrak{I}$ mivel $\mathfrak{I}^T = -\mathfrak{I}$. A következő szabályozási ciklusban érvényes deformáció a szorzat típusú kumulációval számítható a $S_{prev}=S_{now}*S_{prev}$ utasítással, ami bezárja a szabályozási ciklust (ez szintén nincs már benne a kiemelt kódrészletben). Megjegyzem, hogy maga a program S_{now} normájára nézve tartalmaz egy biztonsági korlátot az első néhány, „egység közelébe később beálló” transzformáció kivételével: amennyiben ez a norma meghaladna egy igen nagy értéket, újra kezdődik az identifikáció S_{prev} helyébe az egységmátrix beírásával. Az adott szimulációs eredményekben ennek a kódrészletnek a használatára nem volt szükség.

Decentralizált megoldás:

Ebben az esetben mindkét szabályozó egy-egy 8×8 -as szimplektikus mátrixot használ az alábbi 4×4 -es blokkokból felépítve, a fentiekkel szigorú analógiában, pl. az A részrendszerre:

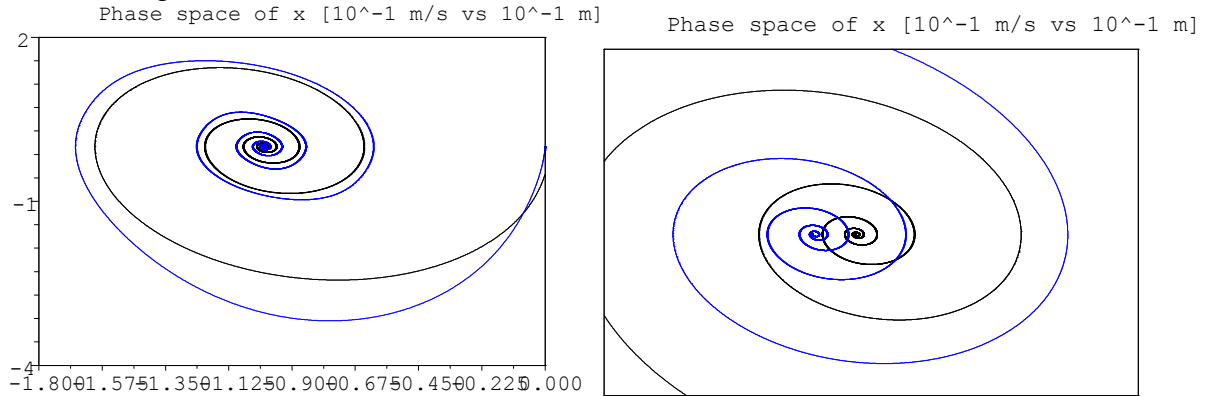
$$\mathbf{M} = [\mathbf{m}^{(1)}, \mathbf{m}^{(2)}, \mathbf{m}^{(3)}, \mathbf{m}^{(4)}] = \begin{bmatrix} \ddot{q}_1^A & -\ddot{q}_1^A & e_1^{(3)} & e_1^{(4)} \\ \ddot{q}_3^A & -\ddot{q}_3^A & e_2^{(3)} & e_2^{(4)} \\ d & -d & e_3^{(3)} & e_3^{(4)} \\ D & \frac{\ddot{\mathbf{q}}^2 + d^2}{D} & e_4^{(3)} & e_4^{(4)} \end{bmatrix}$$

F3. Függelék

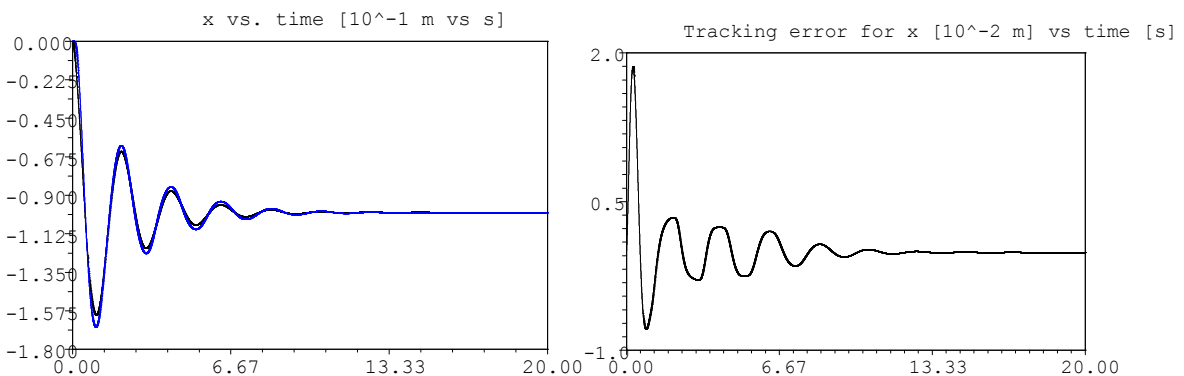
Számítási eredmények az „Érdekes lett volna megvizsgálni, milyen a hiba alakulása konstans célhelyzet esetén.” észrevételhez: Az alábbi szimulációs eredményekben a nominális pálya matematikai formája $x^N(t) = x_{-\infty}^N - x_{-\infty}^N \cos(\omega_1 t) \exp(-\omega_2 t)$, a következő beállításokkal:

$x_{-\infty}^N = 0,1 \text{ m}$, $\omega_1 = 3/\text{s}$, $\omega_2 = 0,5/\text{s}$, az (A.6.1.2) egyenletben $\left(\frac{d}{dt} + \lambda\right)^m [x^{Nom} - x] = 0$, $\lambda > 0$

$\lambda = 12/\text{s}$, $m = 4$, $D_- = 2 \text{ m/s}^4$, $\Delta_- = -10^6 \text{ m/s}^4$, $\Delta_+ = 10^6 \text{ m/s}^4$. Ez a nominális pálya rásimul egy konstans értékre $t \rightarrow \infty$ esetén. Mivel az (A.6.1.2) kinematikailag előírt pályakövetés nem tartalmaz integráló tagot, eleve lassú eldriftelés várható, amely csak nagy pályakövetési hibánál kompenzálódna.



The phase space of the displacement of the cylinder along the beam and its zoomed excerpt [nominal trajectory (black solid line), simulated one (blue dashed line)]



Tracking the nominal trajectory (black solid line) by the simulated one (blue dashed line) and the trajectory tracking error

Várható, hogy az integrálást is tartalmazó $\left(\frac{d}{dt} + \lambda\right)^5 \int_0^t [x^{Nom}(\tau) - x(\tau)] d\tau = 0$, $\lambda > 0$

kinematikai pályakövetés előírása jobb megoldást adna, ám ez sem segít a 4. deriváltakkal kapcsolatos mérhetőségi problémákon.

F4. Függelék

Méretezési példa a *robustus fixpont transzformációk* adaptív paramétereinek belövéséhez: Tekintsünk egy nagyon egyszerű méretezési példát: két egymáshoz nemlineáris rugóval csatolt tömegpontot, melyek közül a „felső” egy felfüggesztéshez van nemlineáris rugóval csatolva. E rendszer mozgásegyenlete az alábbi:

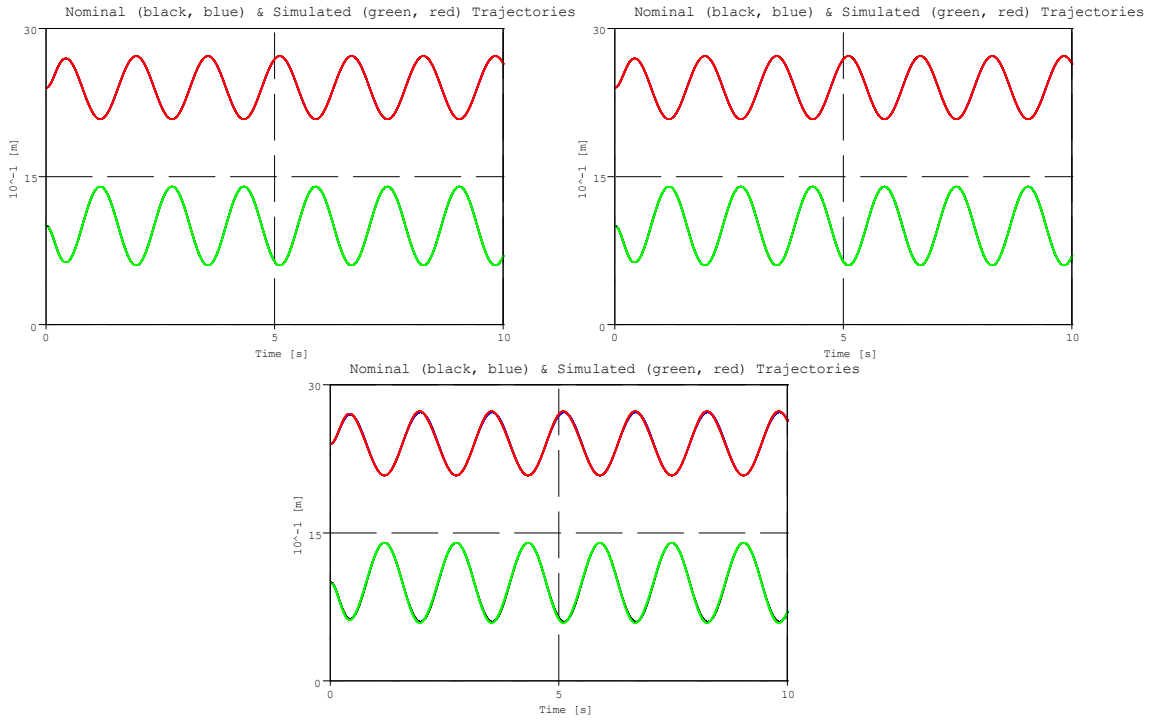
$$\begin{aligned} m_1 \ddot{q}_1 - m_1 g + k_1 (q_1 - L_1)^3 - k_2 (q_2 - q_1 - L_2)^3 + b_1 \dot{q}_1 &= Q_1 \\ m_2 \ddot{q}_2 - m_2 g + k_2 (q_2 - q_1 - L_2)^3 + b_2 \dot{q}_2 &= Q_2 \end{aligned}$$

a következő paraméterekkel: $m_1=20$ kg, $m_2=30$ kg, $g=9.81$ m/s², $L_1=0.4$ m, $L_2=0.8$ m, $k_1=120$ N/m, $k_2=200$ N/m, $b_1=0.6$ Ns/m, $b_2=0.4$ Ns/m. E modell inerciamátrixa diagonális a 20 ill. 30 minimális és maximális sajátértékkel. Tegyük fel, hogy a rugók nemlinearitását is csak durván ismerjük. Állítsuk fel a következő, nagyon durván becsült modellt, amelyben a „^” jelölésű mennyiségek *becsült értékek*:

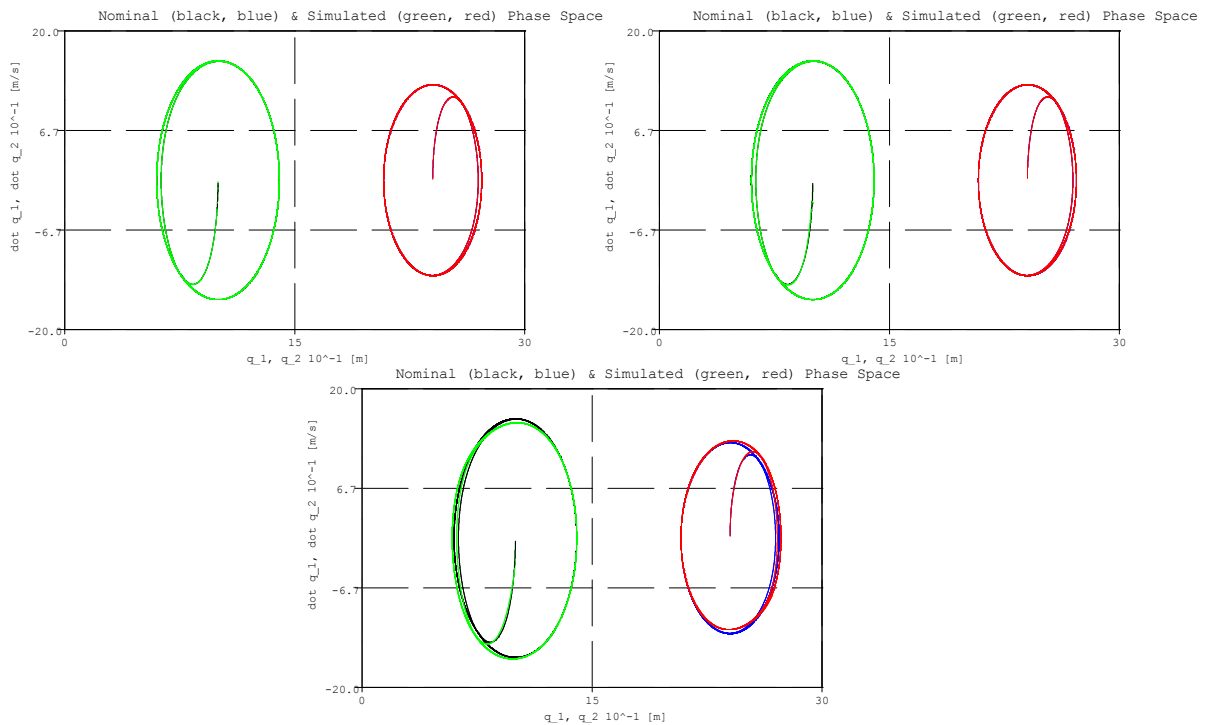
$$\begin{aligned} \hat{m} \ddot{q}_1 - \hat{m} \hat{g} + \hat{k} (q_1 - \hat{L})^5 - \hat{k} (q_2 - q_1 - \hat{L})^5 + \hat{b} \dot{q}_1 &= Q_1 \\ \hat{m} \ddot{q}_2 - \hat{m} \hat{g} + \hat{k} (q_2 - q_1 - \hat{L})^5 + \hat{b} \dot{q}_2 &= Q_2 \end{aligned}$$

Tervezzünk PID szabályozót $\left(\frac{d}{dt} + \Lambda \right)^3 \int_0^t (\mathbf{q}^N(\tau) - \mathbf{q}(\tau)) d\tau = 0$ kívánt kinematikai

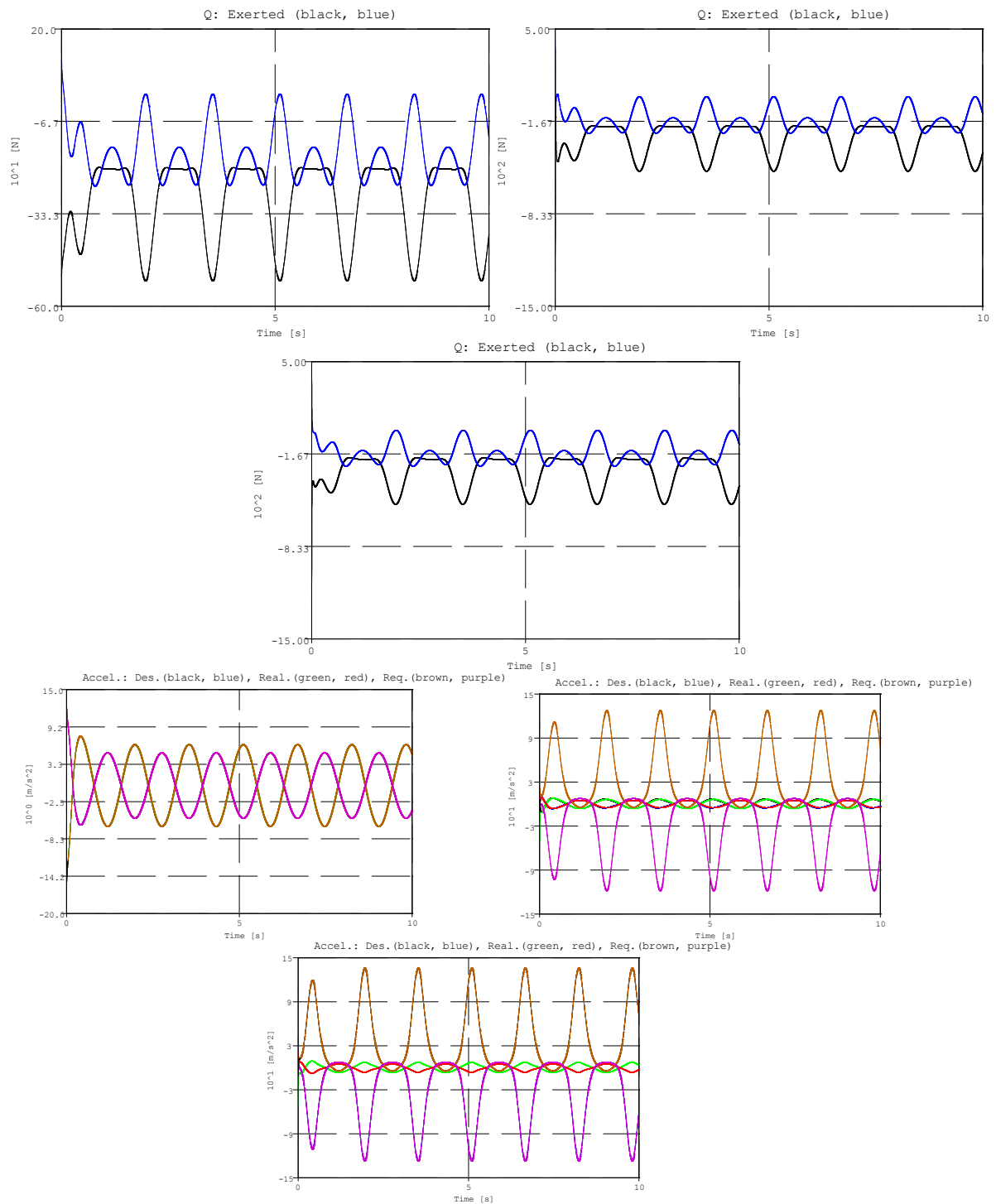
pályakövetésre $\Lambda=30$ /s értékkel egy a kezdeti felfutás után ciklikussá váló pályával úgy, hogy dinamikai értelemben kedvezőtlen paraméterbecsléseket alkalmazunk. Szimulációval becsüljük meg, hogyan működne a felülbecsült modellen alapuló PID szabályozó! A modellben most az $\hat{m} = 40$ kg, $\hat{g} = 11$ m/s², $\hat{k} = 260$ N/m, $\hat{b} = 1$ Ns/m értékekkel becsültük felül a dinamikai adatokat, míg a nyugalmi rugó hosszakat az $L=0.3$ m értéknek vettük, ami mindkét. rugóra nézve a valódinál kissé rövidebb érték, így várhatóan nagyobb nyújtási erőket származtat, mint ami valójában szükséges. Az alábbi ábrák rendje: bal felső: az egzakt modellel 1 ms ciklusidővel bíró digitális szabályozás eredménye 0.1 ms belső felbontású Euler integrációval; jobb felső: a felülbecsült modellből vett RFPT alapú adaptív szabályozó adatai a $K=10^6$, $B=-1$, és $A=\{10^{-7}, 10^{-6}, 10^{-5}\}$ (a súlyok ábráján rendre a fekete, kék és zöld vonalak) értékek súlyozásával kapott hangolt szabályozók eredménye, míg az alsó ábrák a felülbecsült modellre vett PID szabályozó eredménye. Az egzakt modellre vett számításból látszik, hogy ezzel a szabályozási ciklusidővel kb. >2 m/s csúcssebességek mellett $\pm 8 \times 10^{-6}$ m pályakövetési hiba érhető el. A nem adaptív PID szabályozó a durva modellel $\approx 1 \times 10^{-2}$ m körüli hibát produkálna, a hajtóerők a kezdeti tranzienseknél ± 1000 N nagyságrendűek. A nem adaptív szabályozó a PID korrekciókkal kb. ± 150 m/s² gyorsulásokat igényelne. Ennél abszolút értékben lényegesen nagyobb lett választva a $K=10^6$ érték, és igen kicsinek a három kísérleti A érték, amelyek segítségével a fázisrajektóriák követése is szép, és a pályakövetési hiba $\pm 3 \times 10^{-4}$ m, azaz lényegesen kisebb, mint a nem adaptív szabályozó pályakövetési hibája.



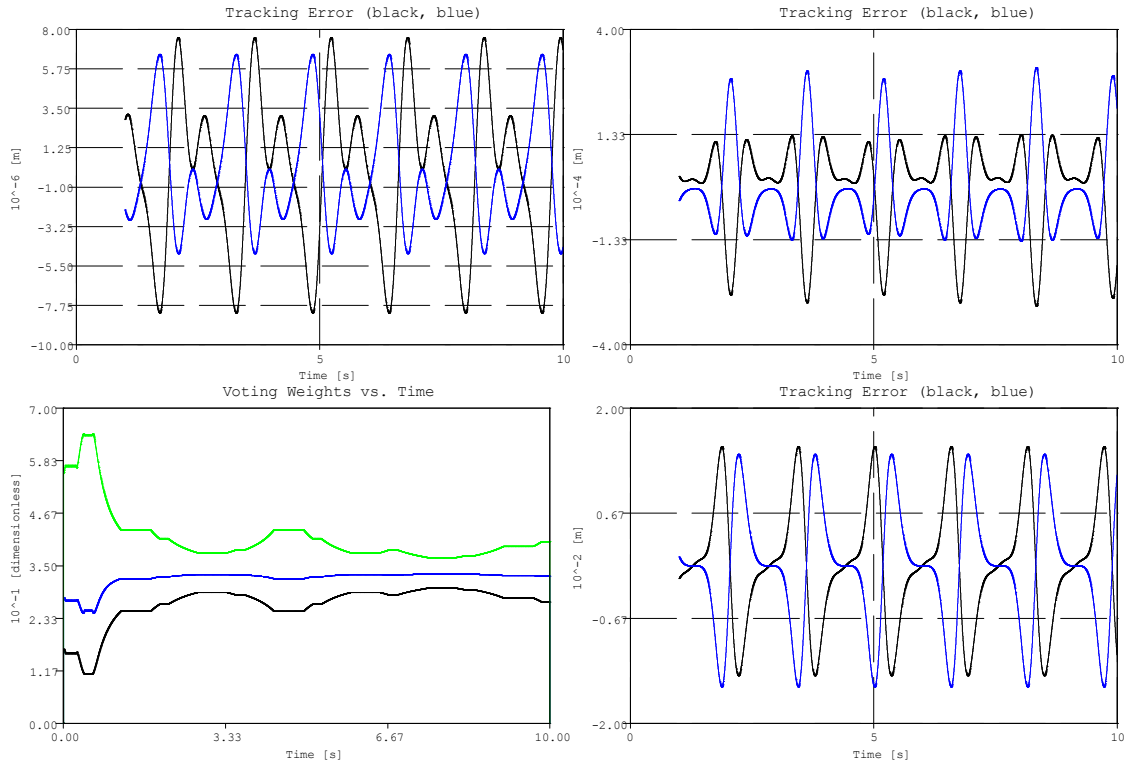
Adaptív szabályozás egzakt modellel (bal felső grafikon), adaptív szabályozás a „felülméretezett modellre” paraméterhangolással az $A=\{10^{-7}, 10^{-6}, 10^{-5}\}$ értékek súlyozásával $K=10^6$, $B=-1$ mellett (jobb felső grafikon), és a nem adaptív szabályozás a „felülméretezett modellre” (alsó grafikon) működése: a pályakövetés



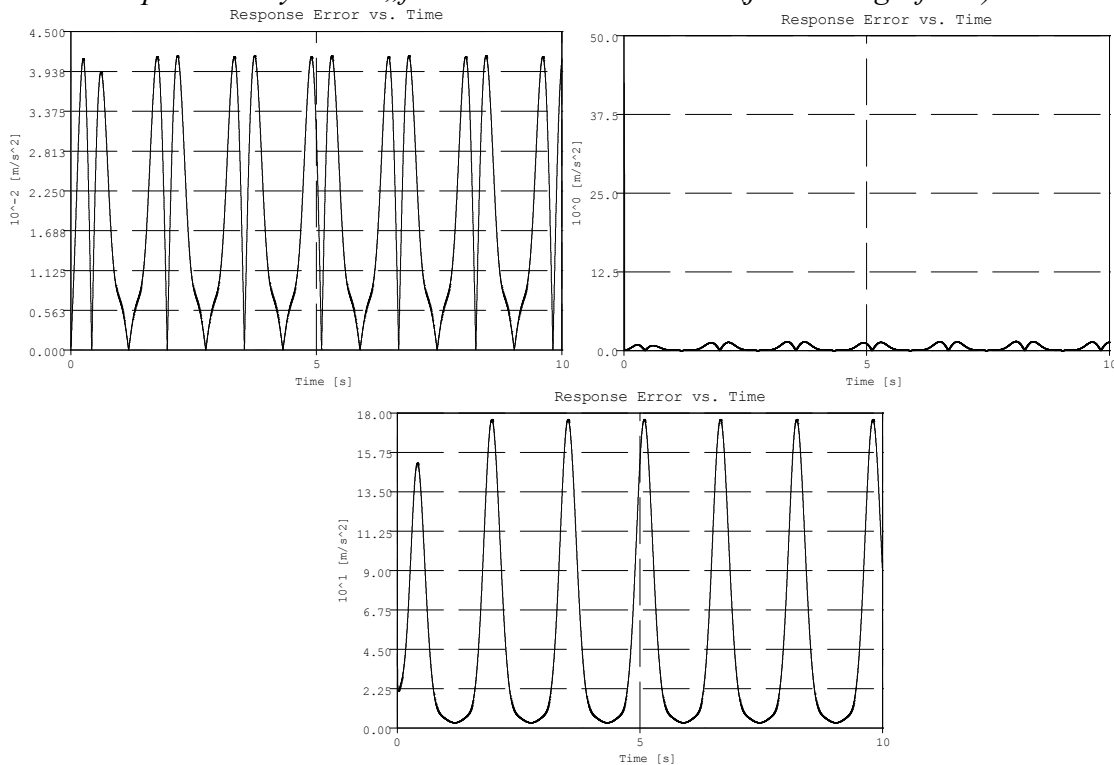
Adaptív szabályozás egzakt modellel (bal felső grafikon), adaptív szabályozás a „felülméretezett modellre” paraméterhangolással az $A=\{10^{-7}, 10^{-6}, 10^{-5}\}$ értékek súlyozásával $K=10^6$, $B=-1$ mellett (jobb felső grafikon), és a nem adaptív szabályozás a „felülméretezett modellre” (alsó grafikon) működése: a fázistrajektóriák



Adaptív szabályozás egzakt modellel (bal felső grafikon), adaptív szabályozás a „felülméretezett modellre” paraméterhangolással az $A=\{10^{-7},10^{-6},10^{-5}\}$ értékek súlyozásával $K=10^6$, $B=-1$ mellett (jobb felső grafikon), és a nem adaptív szabályozás a „felülméretezett modellre” (alsó grafikon) működése: a második deriváltak



Adaptív szabályozás egzakt modellel (bal felső grafikon), adaptív szabályozás a „felülméretezett modellre” paraméterhangolással az $A=\{10^{-7}, 10^{-6}, 10^{-5}\}$ értékek súlyozásával $K=10^6$, $B=-1$ mellett (jobb felső grafikon), a hangolt súlyok (bal alsó grafikon) és a nem adaptív szabályozás a „felülméretezett modellre” (jobb alsó grafikon) működése



Adaptív szabályozás egzakt modellel (bal felső grafikon), adaptív szabályozás a „felülméretezett modellre” paraméterhangolással az $A=\{10^{-7}, 10^{-6}, 10^{-5}\}$ értékek súlyozásával $K=10^6$, $B=-1$ mellett (jobb felső grafikon), és a nem adaptív szabályozás a „felülméretezett modellre” (alsó grafikon) működése: a válaszhiba időfüggése

Az erőket ábrázoló görbék lefutásában többnyire csak apróbb eltérések vannak, aminek az az oka, hogy az erők hatása időben integrálva jelenik meg a kinematikai adatokban, így a kinematikai adatok grafikonjaiban általában sokkal jobban láthatóvá válik a szabályozó pontatlansága, mint a nyomatékok gráfjaiban.

Referenciák

- [1] Tar JK;Nádai L;Rudas IJ;Várkonyi TA: RFPT-based Adaptive Control Stabilized by Fuzzy Parameter Tuning In: 9th European Workshop on Advanced Control and Diagnosis, ACD 2011. Budapest, Magyarország, 2011.11.17-2011.11.18. Budapest: MTA Számítástechnikai és Automatizálási Kutatóintézete, 2011. pp. 1-8. Paper 6.
- [2] K. Yagi, K. Kyogoku, and T. Nakamura: Relationship between temperature distribution in EHL film and dimple formation, Proc. of the 2004 ASME/STLE International Jt. Tribology Conference, 2004
- [3] L. Márton, B. Lantos: „Identification and model-based compensation of Stribeck friction”, Acta Polytechnica Hungarica, pp. 45–58, Vol. 3, No. 3, 2006.
- [4] L. Márton, B. Lantos: „Friction and backlash induced limit cycles in mechanical control systems”, Proc. of European Control Conference 2009, 23–26 August 2009, Budapest, Hungary, pp. 3875–3880, 2009.